

微分積分学A 期末試験

2026年7月16日 第2時限施行 担当 水野 将司

注意事項: ノート・辞書・参考書・教科書・コピー・電卓の使用を禁ず.

問題 1.

次の問いに答えなさい. 答えのみでよい. 答えがどれかわかるように書くこと.

- | | |
|--|---|
| <p>(1) 开区間 $I \subset \mathbb{R}$, $x_0 \in I$, $f : I \setminus \{x_0\} \rightarrow \mathbb{R}$ に対し, $f(x) \rightarrow \alpha$ ($x \rightarrow x_0$) の定義を述べなさい.</p> <p>(2) 开区間 $I \subset \mathbb{R}$, $x_0 \in I$, $f : I \setminus \{x_0\} \rightarrow \mathbb{R}$ に対し, $f(x) \rightarrow -\infty$ ($x \rightarrow x_0$) の定義を述べなさい.</p> <p>(3) 开区間 $I \subset \mathbb{R}$, $x_0 \in I$, $f : I \setminus \{x_0\} \rightarrow \mathbb{R}$ に対し, $f(x) \rightarrow \alpha$ ($x \rightarrow x_0 + 0$) の定義を述べなさい.</p> | <p>(4) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ に対し, $f(x) \rightarrow \alpha$ ($x \rightarrow -\infty$) の定義を述べなさい.</p> <p>(5) $I \subset \mathbb{R}$ 上の関数 $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ が $x = x_0 \in I$ で連続であることの定義を ε-δ 論法で述べなさい.</p> <p>(6) $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ に対して, Weierstrass の最大値定理の主張を述べなさい.</p> |
|--|---|

(7) $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ に対して, 中間値の定理の主張を述べなさい.

(10) $\arcsin \left(\sin \left(-\frac{1}{2}\pi \right) \right)$ を求めなさい.

(8) $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ が $[a, b]$ 上一様連続であることの定義を述べなさい.

(11) $y = \arctan x$ ($x \in \mathbb{R}$) のグラフの概形を書きなさい.

(9) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ が単射であることの定義を述べなさい.

(12) $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}-0} \tan x$ を求めなさい.

(13) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ を求めなさい.

この下は計算用紙として利用してよい.

(14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cos x}{\sin(3x)}$ を求めなさい.

(15) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 3x^5}{2x^3 - x^4 + 5x^5}$ を求めなさい.

以下は計算用紙として利用してよい．採点には一切利用しない．

問題 2.

$x_0 \in \mathbb{R}$ に対して $x^2 \rightarrow x_0^2$ ($x \rightarrow x_0$) となることを ε - δ 論法で示したい.

- (1) $x^2 \rightarrow x_0^2$ ($x \rightarrow x_0$) の ε - δ 論法を用いた定義を述べなさい.
- (2) $x^2 \rightarrow x_0^2$ ($x \rightarrow x_0$) を ε - δ 論法を用いて示しなさい.

問題 3.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ は $x = 1$ で連続であるとする. このとき, $c \in \mathbb{R}$ に対して, スカラー倍 cf も $x = 1$ で連続であることを ε - δ 論法で示したい.

- (1) 示すべきこと (cf が $x = 1$ で連続となることの ε - δ 論法を用いた定義) を述べなさい.
- (2) cf が $x = 1$ で連続となることを ε - δ 論法で示しなさい.

問題 4.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を, $f(x) := \cos x$ ($x \in \mathbb{R}$) で定義する. f が $\mathbb{R}$ 上一様連続であることを示したい.

- (1) 示すべきこと (f が $\mathbb{R}$ 上一様連続であることの定義) を述べなさい.
- (2) f が $\mathbb{R}$ 上一様連続であることを示しなさい.

以下は計算用紙として利用してよい．採点には一切利用しない．